

Turning the light off

题目大意：该题对长度为 N 的 01 序列有 2 个要求：

1. 两个 1 之间不得超过 M 个 0，且至少要有一个 1（这里应该指的是相邻的 1，相信大家应该没有误解）
2. 这个 01 序列必须要完全循环（显然循环节长度为 N 的情况不予考虑）

那么也就是说 1 至少要出现 2 个。（循环次数 ≥ 2 ）

题目便可以变为不得出现连续超过 M 个 0 的序列。

解法：

单独考虑完全循环这一条件，题目就很裸了，就是用莫比乌斯反演处理。然后在这个基础上减去出现长度大于 M 的连续 0 的种数。

除去全 0 的情况以外，当循环节长度 $\leq N/3$ 的时候，显然不会出现长度大于 M 的连续 0 出现，不予考虑。

那么只有循环节长度 $=N/2$ 的情况才会出现连续超过 M 个的 0 了。但是由于 $N/2 < 2 * M$ ，因此最多只会出现一个长度超过 M 的连续 0 区间。线排列统计即可。

注意头尾连续 0 也算连续 0 啊~因为是循环的。

线性筛法求 Mobius 函数预处理 $O(N)$

每组询问做 Mobius 反演 $O(\sqrt{N})$ ，线排列统计 $O(1)$ 。

这道题作用其实在抛砖引玉，因为我不知道 M 在 $1 \leq M \leq N$ 的情况下这道题怎么做。求各种学长支援。

注：Mobius 反演部分：对于长度为 N 的序列，总情况数是 2^N ，不存在循环节的情况数是 $M(n)$ ，那么

$$M(n) = 2^n - \sum_{d|n, d < n} M(i)$$

因此 $\sum_{d|n} M(d) = 2^n$

反演之后， $M(n) = \sum_{d|n} \mu(d) \times 2^{n/d}$

答案就是 $2^n - M(n)$